

# SAYILAR

Doğal Sayılar Kümesi:  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$

Negatif Doğal Sayılar Kümesi:  $\mathbb{N}^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$

Tam Sayılar Kümesi:  $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \mathbb{N}^- = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Rasyonel Sayılar Kümesi:  $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0, \text{obz } \text{obz}(m, n) = 1 \right\}$

İrrasyonel Sayılar Kümesi:  $\mathbb{Q}^t = \{x : x \notin \mathbb{Q}\}$

**Örnek:**  $\pi, e, \sqrt{3}$  sayıları irrasyoneldir.

Reel Sayılar Kümesi:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^t$

## ARALIKLAR

1) a b açık aralığı

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$$

2) a b kapalı aralığı

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$$

3) a açık, b kapalı aralığı

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$

a kapalı, b açık aralığı

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$$

**Uyarı:**  $(a, b), (a, b], [a, b)$  ve  $[a, b]$  aralıkları birbirinden farklı olmasına rağmen hepsinin boyu  $b - a$  kadardır.

4)  $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$



$[a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$



$$(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} : x < a\} \quad \leftarrow \begin{array}{c} a \\ \circ \end{array}$$

$$(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq a\} \quad \leftarrow \begin{array}{c} a \\ \circ \end{array}$$

$$(-\infty, \infty) = \{x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R} \quad \leftarrow \begin{array}{c} \phantom{a} \\ \phantom{\circ} \end{array}$$

Genişletilmiş Reel Sayılar Kümesi:  $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$  kümesine genişletilmiş reel sayılar kümesi denir ve  $\tilde{\mathbb{R}}$  ile gösterilir.

$\tilde{\mathbb{R}}$  de bazı işlemler

Herhangi bir  $a \in \mathbb{R}$  için

$$a + \infty = \infty, \quad a - \infty = -\infty$$

$$a > 0 \text{ ise } a \cdot \infty = \infty, \quad a(-\infty) = -\infty, \quad \frac{\infty}{a} = \infty, \quad \frac{-\infty}{a} = -\infty$$

$$a < 0 \text{ ise } a \cdot \infty = -\infty, \quad a(-\infty) = \infty, \quad \frac{\infty}{a} = -\infty, \quad \frac{-\infty}{a} = \infty$$

$$\infty + \infty = \infty, \quad -\infty - \infty = -\infty, \quad \infty \cdot \infty = \infty, \quad (-\infty)(-\infty) = \infty$$

$$\infty \cdot (-\infty) = -\infty, \quad \frac{a}{\infty} = 0, \quad \frac{a}{-\infty} = 0$$

Bunların dışında kalan  $\frac{0}{0}$ ,  $\infty - \infty$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $1^\infty$ ,  $0^\infty$ ,  $\infty^0$  ve  $\frac{\infty}{\infty}$  işlemlerine  $\tilde{\mathbb{R}}$  de belirsizlikler denir.

**Mutlak Değer:** Herhangi bir  $x \in \mathbb{R}$  sayısının orijine uzaklığına  $x$  in mutlak değeri denir ve  $|x|$  ile gösterilir.

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlıdır.

**Mutlak Değer Özellikleri**

$a, x, y \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$  olsun.

1)  $|x| \geq 0$     2)  $|x| = a \Rightarrow x = a \vee x = -a$

3)  $|xy| = |x||y|$ ,  $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$  ( $y \neq 0$ )

4)  $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$

$$5) |x| > a \Rightarrow x > a \vee x < -a$$

$$|x| \geq a \Rightarrow x \geq a \vee x \leq -a$$

$$6) |x| = |y| \Rightarrow x = \pm y$$

$$7) \sqrt{y^2} = |y|$$

$$8) -|x| \leq x \leq |x|$$

$$9) |x+y| \leq |x| + |y| \text{ (üçgen eşitsizliği)}$$

$$10) ||x| - |y|| \leq |x - y|$$

Örnek:  $\left| \frac{2x-3}{2x-6} \right| = \frac{2x-3}{2x-6}$  ise çözüm kümesini bulunuz.

$\frac{2x-3}{2x-6} \geq 0$  olmalıdır. İşaret tablosu yapılırsa

x	$\frac{3}{2}$	3
$2x-3$	-	+
$2x-6$	-	-
$\frac{2x-3}{2x-6}$	+	-

$$GK = (-\infty, \frac{3}{2}] \cup (3, \infty)$$

Örnek:  $5x+1=3$  ise çözüm kümesini bulunuz.

$$5x+1=3 \text{ veya } 5x+1=-3 \text{ olmalı}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{5} \text{ veya } x = -\frac{4}{5} \Rightarrow GK = \left\{ -\frac{4}{5}, \frac{2}{5} \right\}$$

Tam Değer:  $x \in \mathbb{R}$  olsun.  $x$  den küçük yada eşit olan en büyük tam sayıya  $x$  in tam değeri denir ve  $\lfloor x \rfloor$  ile gösterilir.

$$\text{Örnek: } \lfloor 3,2 \rfloor = 3, \lfloor 3 \rfloor = 3, \lfloor -1,2 \rfloor = -2, \lfloor -1 \rfloor = -1$$

$$\lfloor \pi \rfloor = 3, \lfloor e \rfloor = 2$$

## Tam Değerin Özellikleri

1)  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $a \in \mathbb{Z}$  olsun.

1)  $\lfloor x \rfloor = a \Rightarrow a \leq x < a+1$

2)  $\lfloor x+a \rfloor = \lfloor x \rfloor + a$

3)  $\lfloor x+y \rfloor \geq \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor$

4)  $x = \lfloor x \rfloor + t$ ,  $0 \leq t < 1$

5)  $\lfloor x \rfloor \leq x$

6)  $\lfloor x \rfloor < a \Rightarrow x < a$

Örnek:  $\lfloor -3x \rfloor = -3$  ise çözüm kümesini bulunuz.

$$-3 \leq -3x < -2 \Rightarrow 1 > x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow C.K. = \left(\frac{2}{3}, 1\right]$$

Örnek:  $-2 < \lfloor 2x-4 \rfloor \leq 1$  eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

$$-1 \leq 2x-4 < 2 \text{ olmalıdır.}$$

$$\Rightarrow 3 \leq 2x < 6 \Rightarrow \frac{3}{2} \leq x < 3 \Rightarrow C.K. = \left[\frac{3}{2}, 3\right)$$

## FONKSİYONLAR

**Fonksiyon:** A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere A'daki her elemanı B'deki yalnız bir eleman ile eşleyen kurala A'dan B'ye bir fonksiyon denir. A'ya tanım kümesi, B'ye ise değer kümesi denir. A'daki elemanların eşlendiği B'deki elemanların kümesine ise görüntü kümesi denir.

Örnek:

Fonksiyon

Tanım kümesi

Görüntü kümesi

$$y = x^2$$

$$\mathbb{R}$$

$$[0, \infty)$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$\mathbb{R} - \{0\}$$

$$\mathbb{R} - \{0\}$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$[0, \infty)$$

$$[0, \infty)$$

$$y = \sqrt{4-x}$$

$$(-\infty, 4]$$

$$[0, \infty)$$

$$y = \sqrt{1-x^2}$$

$$[-1, 1]$$

$$[0, 1]$$